

선형변환의 조건

학번 _____

이름 _____

오늘의 목표 덧셈과 스칼라배의 보존을 확인하여 변환의 선형성을 판정한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 변환 T 가 선형이면 $T(u + v) =$ _____이다.
- ☐ 변환 T 가 선형이면 모든 스칼라 c 에 대해 $T(cu) =$ _____이다.
- ☐ 두 조건을 한 번에 쓰면 $T(au + bv) =$ _____이다.
- ☐ 선형변환은 반드시 영벡터를 _____로 보낸다.

따라 풀기

정의로 판정

$T(x, y) = (3x - y, 2y)$ 가 선형인지 확인하자.

1단계 $T(u + v)$ 를 전개하면 _____와 같다.

2단계 $T(cu)$ 를 전개하면 _____와 같다.

3단계 두 조건을 모두 만족하므로 T 는 _____이다.

실수 방지 $T(0) = 0$ 은 필요조건일 뿐, 이것만으로 선형이라고 결론 내릴 수 없다.

선형변환의 조건

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$T(x, y) = (4x + y, y - x)$ 일 때 $T(2, -1)$ 을 구하시오.

2 기초

$f(x) = 5x$ 가 덧셈을 보존하는지 식으로 확인하시오.

3 개념

$g(x) = 3x - 2$ 가 선형이 아님을 $g(0)$ 을 이용해 설명하시오.

4 적용

$h(x) = x^2$ 에 대해 덧셈 보존이 실패하는 구체적인 x, y 를 한 쌍 찾으시오.

5 적용

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 일 때 $T(x) = Ax$ 가 선형임을 행렬의 분배법칙으로 보이시오.

6 심화

$T(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ 가 모든 실수 a, b, c, d 에 대해 선형인 이유를 설명하시오.

나가기 전 한 문장 선형성을 판정할 때 반드시 확인할 두 식을 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다