

벡터공간의 공리

오늘의 목표 부분집합의 영벡터 포함과 연산의 닫힘을 확인하고 반례로 판정한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 부분공간은 반드시 _____ 를 포함한다.
- ☐ $u, v \in W$ 이면 $u + v \in W$ 여야 하므로 덧셈에 대해 _____ 한다.
- ☐ $u \in W, c \in \mathbb{R}$ 이면 $cu \in W$ 여야 하므로 스칼라배에 대해 _____ 한다.
- ☐ 공리 하나라도 실패하는 예를 찾으면 _____ 가 된다.

따라 풀기

직선의 부분공간 판정

$W = \{(x, y) : y = -3x\}$ 가 $\mathbb{R}^2$ 의 부분공간인지 판정하자.

1단계 $(0, 0)$ 은 식을 만족하므로 _____ 한다.

2단계 $(x_1, -3x_1) + (x_2, -3x_2) = (x_1 + x_2, -3(x_1 + x_2))$ 이므로 _____ .

3단계 $c(x, -3x) = (cx, -3cx)$ 이므로 _____ .

실수 방지 원점을 지나지 않는 직선은 영벡터를 포함하지 않으므로 더 계산할 필요 없이 부분공간이 아니다.

벡터공간의 공리

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1

기초

$W = \{(x, y) : x + 2y = 0\}$ 가 부분공간인지 판정하시오.

2

기초

$S = \{(x, y) : x + 2y = 5\}$ 가 부분공간이 아닌 가장 빠른 이유를 쓰시오.

3

개념

제1사분면과 좌표축의 점 전체가 스칼라배에 닫혀 있지 않음을 보이는 반례를 쓰시오.

4

적용

2차 이하 다항식 중 $p(1) = 0$ 인 다항식 전체가 부분공간인지 판정하시오.

5

적용

2×2 행렬 중 $\det A = 0$ 인 행렬 전체가 덧셈에 닫혀 있는지 반례로 판정하시오.

6

심화

두 부분공간 U, W 에 대해 $U \cap W$ 는 항상 부분공간임을 세 조건으로 설명하시오.

나가기 전 한 문장 부분공간 판정의 세 확인 항목을 순서 없이 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다