

선형독립 · 기저 · 차원

오늘의 목표 일차독립과 생성 조건을 함께 확인하여 기저와 차원을 결정한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ $c_1v_1 + \cdots + c_kv_k = 0$ 의 해로 자명해만 존재하면 벡터들은 _____ 이다.
- ☐ 기저는 공간을 생성하면서 동시에 _____ 인 벡터들의 집합이다.
- ☐ 한 벡터공간의 모든 기저는 같은 개수의 벡터를 가지며 그 수가 _____ 이다.
- ☐ 벡터를 기저의 선형결합으로 나타낸 계수열을 그 벡터의 _____ 라 한다.

따라 풀기

기저 판정

$v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (2, -1)$ 이 $\mathbb{R}^2$ 의 기저인지 확인하자.

1단계 $c_1v_1 + c_2v_2 = 0$ 에서 $c_1 + 2c_2 = 0$, $c_1 - c_2 = 0$ 이다.

2단계 유일한 해는 $c_1 = c_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 일차독립이다.

3단계 $\mathbb{R}^2$ 의 독립인 두 벡터이므로 _____ 이다.

실수 방지 벡터 수가 공간의 차원과 같다는 사실만으로 기저가 되지는 않는다. 독립성 또는 생성성을 확인한다.

선형독립 · 기저 · 차원

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$(1, 2)$ 와 $(3, 6)$ 이 일차독립인지 판정하시오.

2 기초

$\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ 이 생성하는 공간과 그 차원을 쓰시오.

3 개념

P_2 에서 $\{1, x, x^2\}$ 가 기저인 이유를 설명하시오.

4 적용

벡터 $(5, -1)$ 의 기저 $B = \{(1, 1), (2, -1)\}$ 에 대한 좌표를 구하시오.

5 적용

$W = \{(x, y, z) : x + y + z = 0\}$ 의 기저 하나와 차원을 구하시오.

6 심화

$\mathbb{R}^4$ 에서 서로 다른 벡터 5개가 반드시 일차종속인 이유를 차원과 연결해 설명하시오.

나가기 전 한 문장 기저가 만족해야 하는 두 조건을 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다