

내적 · 정사영 · Gram-Schmidt

오늘의 목표 내적으로 길이와 직교를 판단하고 정사영과 직교정규기저를 계산한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ $u \cdot v = 0$ 이면 두 벡터는 _____ 한다.
- ☐ v 를 u 위로 정사영하면 $\text{proj}_u v =$ _____ 이다.
- ☐ 정사영 오차 $v - \text{proj}_u v$ 는 u 와 _____ 한다.
- ☐ 그람-슈미트 과정은 독립인 벡터들을 같은 생성공간의 _____ 벡터들로 바꾼다.

따라 풀기

정사영

$v = (5, 1)$ 을 $u = (2, -1)$ 위로 정사영하자.

1단계 $v \cdot u = 10 - 1 =$ _____, $u \cdot u = 4 + 1 =$ _____ 이다.

2단계 $\text{proj}_u v = \frac{9}{5}(2, -1) =$ _____ 이다.

3단계 오차와 u 의 내적은 _____ 이다.

실수 방지 정사영 공식의 분모는 $u \cdot u$ 이다. $v \cdot v$ 로 바꾸지 않는다.

내적 · 정사영 · Gram-Schmidt

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1

기초

$u = (3, -2)$, $v = (4, 6)$ 의 내적을 구하고 직교 여부를 판정하시오.

2

기초

$v = (6, 4)$ 를 $u = (1, 0)$ 위로 정사영하시오.

3

개념

$\text{proj}_u v$ 가 u 의 스칼라배가 되는 이유를 공식에서 설명하시오.

4

적용

$v = (2, 5)$ 를 $u = (1, 2)$ 위로 정사영하고 오차벡터를 구하시오.

5

적용

$v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (1, 3)$ 에 그람-슈미트 과정을 적용하여 직교기저를 구하시오.

6

심화

앞 문제의 직교기저를 정규화하고 $(4, 2)$ 를 그 정규직교기저의 선형결합으로 나타내시오.

나가기 전 한 문장 거리 최소와 직교가 어떻게 연결되는지 오차벡터를 사용해 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다