

행렬방정식 $Ax=b$

오늘의 목표 연립방정식, 열벡터의 선형결합, 선형변환의 원상으로 $Ax = b$ 를 해석한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 행 관점에서 $Ax = b$ 는 여러 개의 _____ 을 뜻한다.
- ☐ 열 관점에서 $Ax = b$ 는 b 를 A 의 열벡터들의 _____ 으로 나타내는 식이다.
- ☐ 변환 관점에서 해 x 는 $T(x) = Ax$ 에 의해 b 로 가는 _____ 이다.
- ☐ 해가 존재할 필요충분조건은 $b \in$ _____ 이다.

따라 풀기

세 관점 연결

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, $b = (4, 5)^T$ 에서 $Ax = b$ 를 풀자.

1단계 행 방정식은 $x_1 + 2x_2 = 4$, $3x_1 - x_2 = 5$ 이다.

2단계 풀면 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____ 이다.

3단계 열 관점에서는 $2(1, 3) + (2, -1) =$ _____ 이다.

실수 방지 열의 선형결합 계수는 해벡터 x 의 성분이며, 행벡터와 혼동하지 않는다.

행렬방정식 $Ax=b$

학번 _____

이름 _____

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $x = (2, -1)^T$ 일 때 $b = Ax$ 를 구하시오.

2 기초

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ 를 두 개의 행 방정식으로 쓰시오.

3 개념

A 의 열이 a_1, a_2, a_3 일 때 $Ax = b$ 를 열의 선형결합으로 쓰시오.

4 적용

$a_1 = (1, 2, 0)$, $a_2 = (0, 1, 1)$ 일 때 $b = (3, 7, 4)$ 가 두 열의 생성공간에 속하는지 판정하시오.

5 적용

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ 일 때 $b = (3, 7)^T$ 에 대한 $Ax = b$ 의 해가 없는 이유를 열 관점으로 설명하시오.

6 심화

$Ax = b$ 가 모든 $b \in \mathbb{R}^m$ 에 대해 해를 가지려면 A 의 열공간이 어떤 조건을 만족해야 하는지 쓰시오.

나가기 전 한 문장 $Ax = b$ 의 세 관점을 각각 한 구절로 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다