

## 핵·상·랭크-널리티

**오늘의 목표** 선형변환의 핵과 상의 기저를 구하고 랭크-널리티 정리를 적용한다.

### ● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐  $\ker T$ 는  $T(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 이 되는 모든 입력의 집합이다.
- ☐  $\text{im } T$ 는  $T$ 로 얻을 수 있는 모든  $\underline{\hspace{2cm}}$ 의 집합이다.
- ☐ 행렬변환  $T(x) = Ax$ 에서 상은  $A$ 의  $\underline{\hspace{2cm}}$ 이다.
- ☐ 랭크-널리티 정리는  $\dim(\ker T) + \dim(\text{im } T) = \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

#### 따라 풀기

#### 핵과 상

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ 의 핵과 상의 기저를 구하자.

**1단계**  $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$ 이므로  $x_1 = -2s + t$ 이다.

**2단계**  $\ker A$ 의 기저는  $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

**3단계** 상은 한 열로 생성되므로 기저는  $\underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

**실수 방지** 열공간의 기저는 원래 행렬의 피벗열을 고른다. 소거된 행렬의 열을 그대로 쓰지 않는다.

# 핵·상·랭크-널리티

## ● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$T(x, y) = (x - y, 0)$ 일 때  $\ker T$ 를 구하시오.

---



---

2 기초

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 의 상의 기저와 랭크를 구하시오.

---



---

3 개념

$\ker T = \{0\}$ 이면 서로 다른 두 입력이 같은 출력으로 갈 수 없는 이유를 설명하시오.

---



---

4 적용

$3 \times 5$  행렬  $A$ 의 랭크가 2일 때 널리티를 구하시오.

---



---

5 적용

$T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 의 핵의 차원이 2일 때 상의 차원을 구하고 전사 여부를 판정하시오.

---



---



---



---

6 심화

$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 에서  $\ker T = \{0\}$ 이면 상이  $\mathbb{R}^n$  전체임을 랭크-널리티로 보이시오.

---



---



---



---



---



---

**나가기 전 한 문장** 핵과 상이 각각 입력과 출력에 관해 무엇을 알려 주는지 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다   ☐ 계산을 다시 확인했다   ☐ 질문이 있다