

행렬식과 넓이·방향

학번 _____

이름 _____

오늘의 목표 행렬식을 부호 있는 넓이·부피 배율로 해석하고 기하 문제에 적용한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 2×2 행렬 A 는 넓이를 _____ 배로 바꾼다.
- ☐ $\det A < 0$ 이면 변환이 공간의 _____ 을 뒤집는다.
- ☐ $\det A = 0$ 이면 차원이 눌러 넓이나 부피가 _____ 이 된다.
- ☐ 두 벡터 u, v 가 만드는 삼각형 넓이는 _____ 이다.

따라 풀기

넓이와 방향

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ 가 넓이와 방향을 어떻게 바꾸는지 구하자.

1단계 $\det A = 3(-2) - 0 = \rule{1cm}{0.4pt}$ 이다.

2단계 넓이 배율은 $|\det A| = \rule{1cm}{0.4pt}$ 이다.

3단계 부호가 음수이므로 방향이 $\rule{1cm}{0.4pt}$.

실수 방지 넓이·부피 배율에는 절댓값을 쓰지만 방향 정보에는 행렬식의 부호를 그대로 사용한다.

행렬식과 넓이·방향

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 의 행렬식을 구하시오.

2 기초

넓이가 7인 도형에 $\det A = -3$ 인 변환을 적용한 뒤의 넓이를 구하시오.

3 개념

$\det A = 0$ 일 때 A 가 가역일 수 없는 기하적 이유를 설명하시오.

4 적용

$u = (2, 1), v = (-1, 4)$ 가 만드는 평행사변형과 삼각형의 넓이를 각각 구하시오.

5 적용

3×3 행렬의 열벡터가 만드는 평행육면체 부피가 12일 때 한 열을 -2 배하면 부피와 방향은 어떻게 변하는가?

6 심화

$\det(AB) = \det A \det B$ 를 두 변환의 연속적인 넓이 배율 관점에서 설명하시오.

나가기 전 한 문장 행렬식의 크기, 부호, 0이 각각 무엇을 뜻하는지 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다