

변환이 보존하는 성질

학번 _____

이름 _____

오늘의 목표 유클리드·아핀·사영변환에서 보존되는 성질을 구분한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 회전과 반사는 두 점 사이의 _____를 보존한다.
- ☐ 가역 선형변환은 직선과 _____을 보존한다.
- ☐ 아핀변환은 선형변환 뒤에 _____을 합성한 변환이다.
- ☐ 사영변환에서도 한 직선 위에 있다는 _____은 보존된다.

따라 풀기

보존 성질 비교

$T(x) = Ax + b$ 에서 선분의 중점이 보존됨을 확인하자.

1단계 두 점 p, q 의 중점은 $m =$ _____이다.

2단계 $T(m) = A\frac{p+q}{2} + b$ 이다.

3단계 $\frac{T(p)+T(q)}{2} =$ _____ $= T(m)$ 이다.

실수 방지 길이와 각도는 모든 가역 선형변환에서 보존되지 않는다. 회전·반사 같은 직교변환에서 보존된다.

변환이 보존하는 성질

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

평행이동이 보존하는 성질을 거리, 방향, 원점 중에서 모두 고르시오.

2 기초

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 가 벡터 $(1, 1)$ 의 길이를 보존하는지 계산하시오.

3 개념

가역 선형변환이 평행한 두 직선을 다시 평행한 직선으로 보내는 이유를 방향벡터로 설명하시오.

4 적용

직교행렬 Q 에 대해 $\|Qx\| = \|x\|$ 임을 $Q^T Q = I$ 로 보이시오.

5 적용

아핀변환이 선분을 1 : 2로 내분하는 점을 같은 비율의 내분점으로 보내는지 식으로 확인하시오.

6 심화

사영변환에서 길이와 평행성은 깨질 수 있지만 공선성은 보존된다는 말의 의미를 간단한 그림 설명 문장으로 쓰시오.

나가기 전 한 문장 변환을 분류할 때 불변량을 찾는 것이 유용한 이유를 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다