

고윳값과 고유벡터

오늘의 목표 특성방정식으로 고윳값을 구하고 각 고유공간의 방향을 해석한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ $v \neq 0$ 이고 $Av = \lambda v$ 이면 v 는 _____, λ 는 고윳값이다.
- ☐ 고윳값은 $\det(A - \lambda I) = \underline{\hspace{2cm}}$ 의 해이다.
- ☐ 고유벡터는 변환 뒤에도 같은 _____ 위에 남는다.
- ☐ $A^n v = \underline{\hspace{2cm}}$ 이므로 반복변환을 쉽게 계산할 수 있다.

따라 풀기

고윳값과 고유공간

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 의 고윳값과 고유벡터를 구하자.

1단계 $\det(A - \lambda I) = (3 - \lambda)(2 - \lambda)$ 이므로 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

2단계 $\lambda = 3$ 일 때 고유공간은 _____이다.

3단계 $\lambda = 2$ 일 때 고유공간은 _____이다.

실수 방지 영벡터는 모든 λ 에 대해 식을 만족하므로 고유벡터에서 반드시 제외한다.

고윳값과 고유벡터

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$A = \text{diag}(5, -2)$ 의 고윳값과 대응하는 표준기저 고유벡터를 쓰시오.

2 기초

$Av = -4v$ 일 때 변환 후 방향과 길이가 어떻게 되는지 설명하시오.

3 개념

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 에서 $(1, 1)$ 이 고유벡터인지 확인하고 고윳값을 구하시오.

4 적용

$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 의 특성다항식과 고윳값을 구하시오.

5 적용

앞 행렬에서 $\lambda = 1$ 에 대응하는 고유공간의 기저를 구하시오.

6 심화

v_1, v_2 가 고윳값 3, 1의 고유벡터이고 $x = 2v_1 - v_2$ 일 때 A^4x 를 구하시오.

나가기 전 한 문장 고유벡터가 반복변환을 단순하게 만드는 이유를 식으로 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다