

LU·Cholesky와 이차함수

학번 _____

이름 _____

오늘의 목표 소거계수로 LU를 구성하고 양의 정부호 행렬의 Cholesky 분해를 이차함수와 연결한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ $A = LU$ 에서 L 은 소거 _____, U 는 소거 뒤의 상삼각행렬을 담는다.
- ☐ $Ax = b$ 는 $Ly = b$ 와 _____ 두 삼각계로 나뉜다.
- ☐ 대칭 양의 정부호 행렬은 $H =$ _____로 분해할 수 있다.
- ☐ $H = LL^T$ 이면 $x^T Hx =$ _____ ≥ 0 이다.

따라 풀기

LU 재사용

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$, $b = (5, 17)^T$ 를 LU로 풀자.

1단계 소거배수는 3이므로 $L =$ _____, $U =$ _____이다.

2단계 $Ly = b$ 를 풀면 $y =$ _____이다.

3단계 $Ux = y$ 를 풀면 $x =$ _____이다.

실수 방지 행 교환이 필요하면 단순히 $A = LU$ 가 아니라 순열행렬을 포함한 $PA = LU$ 를 사용한다.

LU·Cholesky와 이차함수

학번 _____

이름 _____

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1 기초

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ 를 단위 대각의 L 과 U 로 분해하시오.

2 기초

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $b = (3, 1)^T$ 일 때 $Ly = b$ 를 푸시오.

3 개념

같은 A 에 우변만 바뀔 때 LU를 재사용할 수 있는 이유를 설명하시오.

4 적용

$H = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 의 Cholesky 인수 $L = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix}$ 를 구하시오.

5 적용

앞의 H 에 대해 $x^T Hx$ 를 두 제곱의 합으로 나타내시오.

6 심화

$f(z) = \frac{1}{2}z^T H z - b^T z$ 에서 H 가 양의 정부호일 때 $H z = b$ 의 해가 유일한 최소점인 이유를 설명하시오.

나가기 전 한 문장 LU와 Cholesky가 각각 요구하는 행렬 조건과 주된 목적을 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다