

그래프 Laplacian과 Fourier 모드

학번 _____

이름 _____

오늘의 목표 그래프 라플라시안의 에너지와 고유벡터를 확산·주파수 관점에서 해석한다.

● 핵심 개념 빈칸 노트

- ☐ 그래프 라플라시안은 $L =$ _____ 이다.
- ☐ $(Lx)_i$ 는 꼭짓점 i 의 값에서 이웃 값들을 비교한 _____ 를 모은다.
- ☐ $x^T Lx = \sum_{\{i,j\} \in E}$ _____ 이다.
- ☐ 작은 고윳값의 고유벡터는 그래프에서 천천히 변하는 _____ 모드이다.

따라 풀기

경로 그래프의 차이

경로 P_4 에서 $x = (1, 3, 0, 2)^T$ 일 때 $(Lx)_2$ 를 구하자.

1단계 둘째 꼭짓점의 차수는 _____, 이웃은 1번과 3번이다.

2단계 $(Lx)_2 = 2x_2 - x_1 - x_3 = 2 \cdot 3 - 1 - 0$ 이다.

3단계 따라서 $(Lx)_2 =$ _____ 이다.

실수 방지 인접행렬 A 와 라플라시안 $L = D - A$ 를 혼동하지 않는다. 라플라시안의 행합은 0이다.

그래프 Laplacian과 Fourier 모드

학번 _____

이름 _____

● 연습 문제 · 쉬운 계산에서 심화까지

1

기초

간선 하나로 연결된 두 꼭짓점 그래프의 라플라시안 행렬을 쓰시오.

2

기초

임의의 그래프 라플라시안에서 $L1$ 을 구하시오.

3

개념

상수 신호의 라플라시안 에너지가 0인 이유를 설명하시오.

4

적용

경로 P_3 의 라플라시안 L 을 쓰고 $x = (2, -1, 3)^T$ 에 대해 Lx 를 구하시오.

5

적용

확산 갱신 $x^+ = x - \frac{1}{4}Lx$ 에서 앞 신호의 다음 값을 구하시오.

6

심화

연결 그래프에서 고윳값 0의 고유공간이 상수벡터의 생성공간인 이유를 에너지 식으로 설명하시오.

나가기 전 한 문장 라플라시안 고윳값이 그래프 신호의 주파수를 나타내는 이유를 쓰시오.

☐ 개념을 설명할 수 있다 ☐ 계산을 다시 확인했다 ☐ 질문이 있다